Educación

Institución Universitaria ITM Reacreditada en Alta Calidad 80 Años

#MejorEstudiar

Hacia una era de Universidad y Humanidad

Guía de MATELAB

Más allá de la fórmula: explorando Pitágoras con las manos

Astrid Elena Cano Zapata
Luz Cristina Agudelo Palacio
Luzagudelo1736@correo.itm.edu.co
Docentes cátedra MateLab

Fase 0: Introducción y contextualización

Eje central ¿En qué consiste la guía?

Esta guía propone una experiencia de aprendizaje activa y situada que invita a los estudiantes a comprender el Teorema de Pitágoras mediante la manipulación concreta, la visualización geométrica y la reorganización de áreas a través del Rompecabezas Pitagórico. Más allá de memorizar una fórmula, se busca que los estudiantes construyan una comprensión profunda del teorema como una relación geométrica que emerge de comparar, descomponer y transformar figuras.

La guía sitúa el estudio del teorema dentro de un reto: comprender cómo la forma de medir distancias, diagonales, pendientes y trayectorias influye en decisiones relacionadas con la ingeniería, la arquitectura, la navegación, la accesibilidad, la tecnología y la vida cotidiana. A partir de este reto, los estudiantes exploran cómo las matemáticas permiten modelar situaciones reales mediante la equivalencia de áreas, la visualización de relaciones métricas y la argumentación geométrica, fortaleciendo así su pensamiento crítico y su capacidad de interpretar y transformar su entorno.

Objetivo de aprendizaje:

Demostrar y aplicar el Teorema de Pitágoras mediante actividades de manipulación concreta, descomposición y reorganización de figuras del Rompecabezas Pitagórico, argumentando la equivalencia de áreas y la relación entre los lados de un triángulo rectángulo. Asimismo, reconocer la utilidad del teorema en la modelación de situaciones reales que involucran distancias, trayectorias y diagonales, valorando su relevancia en contextos científicos, tecnológicos y socioculturales.

Población objetivo y duración:

Población: estudiantes de primer semestre de los programas de Ciencias Básicas.

Duración: 90 minutos.

Conocimientos previos:

Para el desarrollo de esta guía, se espera que los estudiantes reconozcan los conceptos fundamentales de la geometría elemental y su relación con la medición y comparación de magnitudes en el plano. Es importante que comprendan la noción de triángulo rectángulo y puedan identificar sus elementos principales catetos e hipotenusa, así como distinguir figuras como cuadrados y triángulos a partir de sus características. Estos saberes previos facilitan la comprensión del Teorema de Pitágoras como una relación entre longitudes y áreas, permitiendo transitar de una intuición geométrica hacia una justificación matemática más formal.

Además, se valoran las experiencias cotidianas de los estudiantes en actividades donde intervienen distancias, trayectorias o desplazamientos como interpretar mapas, calcular recorridos o estimar longitudes, pues estas situaciones

constituyen un punto de partida significativo para vincular el pensamiento geométrico con la resolución de problemas reales. También se reconoce la importancia del manejo básico de material concreto (tijeras, regla, papel) y de herramientas digitales como GeoGebra, que apoyan la experimentación, la visualización y la validación de las relaciones métricas exploradas en el rompecabezas pitagórico.

Fase 1: Exposición de información fundamental y contexto para comprender el problema

La actividad inicia con una pregunta orientadora que abre el horizonte conceptual de la experiencia:

¿Cómo podrías demostrar, sin fórmulas, que en un triángulo rectángulo el cuadrado construido sobre la hipotenusa tiene la misma área que la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos?

A partir de esta pregunta, los estudiantes observan una breve explicación sobre los elementos fundamentales del triángulo rectángulo —catetos, hipotenusa, ángulos y áreas— y sobre la importancia histórica del Teorema de Pitágoras como una relación geométrica que antecedió a la demostración algebraica que hoy conocemos. Esta contextualización se articula con ejemplos visuales que permiten identificar cómo se construyen cuadrados sobre los lados del triángulo y qué significa comparar sus áreas de manera intuitiva.

Como actividad de apropiación, los estudiantes elaboran una infografía inicial donde representen, de manera gráfica y creativa, los elementos del triángulo rectángulo, los cuadrados asociados a cada lado y sus posibles relaciones en

términos de área. Esta infografía sirve como punto de partida para activar sus ideas previas sobre equivalencia, composición y descomposición de figuras.

Finalmente, se propone un conversatorio, en el que los estudiantes expresan cómo creen que el material concreto del rompecabezas les permitirá comprender el teorema, qué dudas tienen acerca de la relación entre longitudes y áreas, y qué estrategias consideran necesarias para justificar una igualdad geométrica sin apoyarse inicialmente en fórmulas. Si se cuenta con conectividad, este espacio puede realizarse mediante una herramienta interactiva como Mentimeter, permitiendo visualizar tendencias y preguntas comunes del grupo.

Fase 2: Planteamiento del desafío o problema basado en asuntos sociocientíficos

En esta fase, los estudiantes son invitados a reconocer un problema geométrico fundamental: ¿cómo justificar visualmente que el área construida sobre la hipotenusa equivale a la suma de las áreas construidas sobre los catetos? El propósito es vincular el pensamiento geométrico con la exploración de relaciones entre figuras, situando las matemáticas como una herramienta de razonamiento espacial y argumentación.

Momento 1.

Se presenta dilema central:

“Si un triángulo rectángulo tiene tres lados, ¿por qué el cuadrado construido sobre el lado más largo es equivalente a la suma de los cuadrados construidos sobre los otros dos? ¿De dónde proviene esta igualdad si no usamos números?”

Se muestra tres escenas visuales donde aparece el Teorema de Pitágoras en situaciones reales:

- Un dron midiendo la diagonal entre dos puntos,
- Un arquitecto verificando la verticalidad de una estructura,
- Una persona estimando la altura de un árbol usando su sombra.

Estas escenas permiten que los estudiantes identifiquen las variables geométricas involucradas (catetos, hipotenusa, área, figuras equivalentes) y comiencen a preguntarse por las relaciones internas del rompecabezas. Se enfatiza que esta demostración es visual, sin recurrir a cálculos algebraicos.

Momento 2.

En el aula, los estudiantes participan en una lluvia de ideas titulada: "¿Cómo podrían reorganizarse las áreas del rompecabezas?"

Cada participante propone una hipótesis inicial, tales como:

- "Tal vez los triángulos encajan al sumar dos áreas pequeñas."
- "El cuadrado grande puede dividirse en piezas equivalentes a los pequeños."
- "Las formas deben reorganizarse sin dejar espacios."

Estas hipótesis orientan el trabajo experimental de la siguiente fase, fomentando pensamiento anticipatorio y razonamiento geométrico antes de manipular el material.

Fase 3: Exploración, experimentación y formulación de soluciones posibles.

En esta fase, los estudiantes ponen en práctica su capacidad para manipular, comparar, descomponer y reconstruir figuras geométricas, con el fin de explorar relaciones entre áreas que fundamentan el Teorema de Pitágoras. El propósito es

que comprendan que la igualdad pitagórica surge de la equivalencia de figuras y no solo de una fórmula memorística.

Los estudiantes trabajan de manera colaborativa en parejas o grupos pequeños utilizando las Figuras A y B del rompecabezas.

Momento 1: Exploración manipulativa
Los estudiantes:

- Recortan cuidadosamente la Figura A.
- Identifican los tres cuadrados y los triangulitos congruentes.
- Describen verbalmente y por escrito las relaciones entre los ángulos y lados.
- Reconocen la pieza común señalada en el taller, observando su papel en la equivalencia de las dos figuras.

Momento 2: Descomposición en dos figuras equivalentes
Siguiendo la guía del rompecabezas:

- Separan la figura completa en dos configuraciones geométricas distintas.
- Analizan si las áreas totales se mantienen, aunque cambien las formas.
- Comparan las figuras antes y después de retirar el triángulo sombreado, reflexionando sobre la conservación del área.

Momento 3: Reorganización para demostrar la igualdad
Los estudiantes intentan reconstruir el cuadrado grande combinando:

- los triángulos congruentes,
- los cuadrados de los catetos,

- y las piezas restantes.

A través de ensayo y error, descubren que las áreas de los dos cuadrados pequeños se ajustan exactamente para llenar el cuadrado mayor cuando se redistribuyen junto a los triángulos. Este momento es clave, pues emergen explicaciones espontáneas como: "Si reorganizo las piezas, obtengo el cuadrado grande sin dejar huecos; entonces sus áreas son equivalentes."

Momento 4: Validación digital

Con apoyo de GeoGebra, los estudiantes:

- Construyen un triángulo rectángulo.
- Generan los cuadrados sobre cada uno de los lados.
- Utilizan herramientas de medición para verificar la igualdad de áreas.
- Comparan la demostración visual con la descomposición del rompecabezas.

Esta fase culmina con una puesta en común, donde los grupos comparten estrategias, dificultades y hallazgos.

Fase 4: Reflexión

En esta fase, los estudiantes analizan los resultados de sus exploraciones y eligen la demostración visual que consideran más sólida para justificar el Teorema de Pitágoras. Este momento constituye un espacio de pensamiento crítico y metacognitivo, donde se valora tanto la experiencia manipulativa como la capacidad de argumentar con coherencia geométrica.

Cada grupo reflexiona sobre la pregunta guía: "¿Cómo muestra tu reorganización de las piezas que el área del cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos?"

Los estudiantes consideran aspectos como:

- equivalencia de áreas entre configuraciones diferentes,
- congruencia de los triángulos,
- ausencia de solapamientos o espacios vacíos,
- movimiento o desplazamiento rígido de las piezas,
- continuidad entre lo visual y lo teórico.

El espacio de reflexión puede desarrollarse mediante un formulario digital, un test reflexivo o un mural colaborativo en el que cada grupo argumente su demostración y compare su razonamiento con el de otros compañeros.

El propósito central es que comprendan que argumentar en matemáticas implica justificar con claridad, interpretar relaciones espaciales y reconocer que las figuras pueden transformarse sin alterar sus áreas.

Fase 5: Síntesis del proceso

En esta fase, los estudiantes elaboran una síntesis colaborativa en la que comunican los aprendizajes construidos a lo largo de la experiencia con el rompecabezas pitagórico. El propósito es integrar la comprensión visual, la manipulación concreta y la argumentación geométrica en una reflexión final sobre el Teorema de Pitágoras.

Cada grupo organiza una presentación breve en la que expone:

- cómo reconstruyeron las figuras a partir del rompecabezas,
- qué evidencias encontraron sobre la equivalencia de áreas,
- cuál fue el momento clave que les permitió comprender el teorema,
- cómo se relaciona su demostración visual con la formulación algebraica $a^2 + b^2 = c^2$.

Esta puesta en común puede realizarse mediante un mural colaborativo (Padlet, Jamboard) o un pequeño espacio de exposición en el aula, donde los estudiantes compartan sus modelos, reconstrucciones y esquemas de demostración.

Finalmente, el docente realiza una retroalimentación global que reconoce los avances en la comprensión del teorema, la capacidad de justificar con base en equivalencias geométricas y el valor del material concreto como herramienta de aprendizaje. Se resaltan las conexiones entre el pensamiento visual, la argumentación matemática y la resolución de problemas que involucran triángulos rectángulos en contextos cotidianos y académicos.

Referentes y recursos.

Referentes

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1

Cueto, M., & Álvarez, J. (2016). *Geometría y visualización: una aproximación manipulativa al Teorema de Pitágoras*. Revista de Educación Matemática, 12(3), 45–62.

Gardner, M. (1994). *Puzzles and Mathematical Recreations*. Dover Publications.

Recursos materiales y físicos

- Plantillas impresas del Rompecabezas Pitagórico (Figuras A y B).
- Tijeras, regla, pegamento, cartulina o papel grueso.
- Geoplano o piezas tipo Tangram para explorar áreas y descomposiciones.
- Tableros, rotafolios o mesas amplias para el trabajo colaborativo.
- Cuaderno o bitácora para registros y reflexiones.

Recursos digitales y tecnológicos

- GeoGebra: para construir triángulos rectángulos y verificar áreas.
- Video narrado por NÜA (Fase 1 y Fase 2).
- Padlet o Jamboard para compartir reconstrucciones y argumentos.
- Infografía digital sobre el Teorema de Pitágoras.
- Formulario digital para la reflexión final.

Recursos gráficos y manipulativos

- Imágenes ampliadas del rompecabezas para observación grupal.
- Esquemas secuenciados de las descomposiciones y reorganizaciones de las piezas.
- Plantillas para colorear que ayuden a distinguir los triángulos congruentes y los cuadrados.
- Modelos en cartón o madera del rompecabezas (opcional).

Recursos pedagógicos y de mediación

- Guía del docente con orientaciones para cada fase.
- Rúbrica o lista de cotejo para evaluar la argumentación geométrica y el uso del material concreto.
- Preguntas generadoras para la exploración y la reflexión.
- Historias o intervenciones narrativas de NÜA como hilo conductor de la experiencia.